

Unidad 2 : VECTORES Y GEOMETRÍA DEL ESPACIO

Tema 2.1 : Sistemas de Coordenadas en Tres Dimensiones

(Estudiar la Sección 12.1 en el Stewart 8ª Edición y hacer la Tarea No. 4)

Sistemas de Coordenadas Tridimensionales

- Definir los ejes y los planos de coordenadas
- Graficar en 3D los puntos: (1,2,3) y (2,4,6)
- Graficar en 3D los planos: $x=2$, $y=3$, $z=4$, $x+z=1$, $y+z=1$
- Definir distancia D entre dos puntos P_1 y P_2 , y las coordenadas del punto medio entre dos puntos P_1 y P_2 en dos dimensiones:

Si $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$ entonces

$$|P_1P_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$PM\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

- Definir la ecuación de un círculo: $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$
- Definir distancia entre dos puntos y punto medio en tres dimensiones:

Si $P_1(x_1, y_1, z_1)$ y $P_2(x_2, y_2, z_2)$ entonces

$$|P_1P_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

$$PM\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}, \frac{z_1 + z_2}{2}\right)$$

- Definir la ecuación de una esfera : $(x - h)^2 + (y - k)^2 + (z - l)^2 = r^2$

Ejemplo: Muestre que la ecuación dada representa una esfera, y encuentre su centro y su radio

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y + 2z + 6 = 0$$

Solución:

$$(x^2 + 4x) + (y^2 - 6y) + (z^2 + 2z) = -6$$

$$(x^2 + 4x + 4) + (y^2 - 6y + 9) + (z^2 + 2z + 1)$$

$$= -6 + 4 + 9 + 1$$

$$(x + 2)^2 + (y - 3)^2 + (z + 1)^2 = 8$$

$$C(-2, 3, -1) \quad ; \quad r = \sqrt{8}$$

Ejemplo: Determine la ecuación de la esfera mas pequeña que pasa por los puntos P(1,2,3) y Q(3,4,7).

Solución:

$$PM\left(\frac{1+3}{2}, \frac{2+4}{2}, \frac{3+7}{2}\right)$$

$$PM(2, 3, 5)$$

$$d = \sqrt{(3-1)^2 + (4-2)^2 + (7-3)^2}$$

$$d = \sqrt{4+4+16} = \sqrt{24} ; r = \sqrt{24}/2$$

$$(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 6$$

Ma-2009 : MATEMÁTICAS PARA INGENIERIA III	
Tarea No 4: Sistemas de Coordenadas Tridimensionales	
1	¿Cuál de los puntos P(6,2,3), Q(-5,-1,4), y R(0,3,8) está más cercano al plano xz?, ¿Cuál punto está sobre el plano yz?
2	Describa y dibuje la superficie en R^3 representada por la ecuación: $x + y = 2$
3	Determine si los puntos dados se encuentran en una línea recta. (a) A(5,1,3); B(7,9,-1); C(1,-15,11) (b) K(0,3,-4); L(1,2,-2); M(3,0,1)
4	Encuentre la ecuación de la esfera con centro en (0,1,-1) y radio 4. ¿Cuál es la intersección de esta esfera con el plano yz? Describa la curva y dé su ecuación.
5	Encuentre la ecuación de la esfera que pasa por el punto (4,3,-1) y cuyo centro está en (1,2,3)
6	Demuestre que la ecuación dada representa una esfera, y encuentre su centro y su radio. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 8y - 4z = 28$
7	Demuestre que la ecuación dada representa una esfera, y encuentre su centro y su radio. $x^2 + y^2 + z^2 = x + y + z$
8	Encuentre las ecuaciones de las esferas con centro en (2,-3,6) que son tangentes (a) al plano xy, (b) al plano yz, (c) al plano xz.
<p>R1: Q,R R2: un plano vertical que corta al plano xy en la recta $y=2-x$, $z=0$ R3: (a) Sí ; (b) No R4: $x^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 16$ $(y-1)^2 + (z+1)^2 = 16 ; x=0$ R5: $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 26$ R6 : (-1,-4,2),7</p>	<p>R7: $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) ; \frac{\sqrt{3}}{2}$ R8: (a): $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z-6)^2 = 36$ (b): $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z-6)^2 = 4$ (c): $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z-6)^2 = 9$</p>