Unidad 2 : VECTORES Y GEOMETRÍA DEL ESPACIO

Tema 2.2 : Vectores en Tres Dimensiones

(Estudiar la Sección 12.2 en el Stewart 8ª Edición y hacer la Tarea No. 5)

Vectores en Tres Dimensiones

- En dos dimensiones el vector del punto $P(x_1, y_1)$ al punto $Q(x_2, y_2)$ se define como el segmento dirigido de recta : $\vec{a} = PQ = \langle x_2 - x_1, y_2 - y_1 \rangle = \langle a_1, a_2 \rangle$
- En dos dimensiones la magnitud de un vector se define como: $|\vec{a}| = \sqrt{a_1{}^2 + a_2{}^2}$
- En tres dimensiones el vector del punto $P(x_1, y_1, z_1)$ al punto $Q(x_2, y_2 . z_2)$ se define como el segmento dirigido de recta:
  $\vec{a} = PQ = \langle x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1 \rangle = \langle a_1, a_2, a_3 \rangle$
- En tres dimensiones la magnitud de un vector se define como :
  $|\vec{a}| = \sqrt{a_1{}^2 + a_2{}^2 + a_3{}^2}$
- Se define un vector unitario como : $\hat{a} = \dfrac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$
- Multiplicación de un vector por un escalar: $k\vec{a} = k\langle a_1, a_2, a_3 \rangle = \langle ka_1, ka_2, ka_3 \rangle$
- Suma de vectores: $\langle a_1, a_2, a_3 \rangle + \langle b_1, b_2, b_3 \rangle = \langle a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3 \rangle$
- Definición de una base de vectores unitarios mutuamente perpendiculares:
  $\hat{i} = \langle 1,0,0 \rangle \quad ; \quad \hat{j} = \langle 0,1,0 \rangle \quad ; \quad \hat{k} = \langle 0,0,1 \rangle$
- Equivalencia de la notación con vectores unitarios y con paréntesis triangulares:
  $\vec{a} = a_1\hat{i} + a_2\hat{j} + a_3\hat{k} = a_1\langle 1,0,0 \rangle + a_2\langle 0,1,0 \rangle + a_3\langle 0,0,1 \rangle =$
  $= \langle a_1, 0, 0 \rangle + \langle 0, a_2, 0 \rangle + \langle 0, 0, a_3 \rangle = \langle a_1, a_2, a_3 \rangle = \vec{a}$

Ejemplo:

$Dados \quad \vec{a} = \langle 3,-4,5 \rangle \quad y \quad \vec{b} = \langle -1,5,2 \rangle$

$\det er \min e: \quad |\vec{a}| ; \ |\vec{b}| ; \vec{a}+\vec{b} ; \ \vec{a}-\vec{b} ;$

$2\vec{a}-3\vec{b} ; \ \hat{a} ; \ \hat{b}$

Solución:

$$|\vec{a}| = \sqrt{9+16+25} = \sqrt{50} = 7.07$$

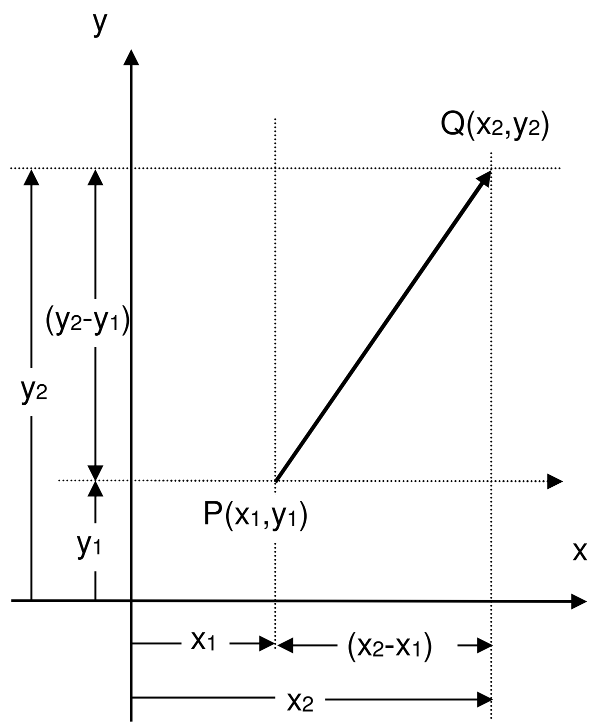
$$|\vec{b}| = \sqrt{1+25+4} = \sqrt{30} = 5.48$$

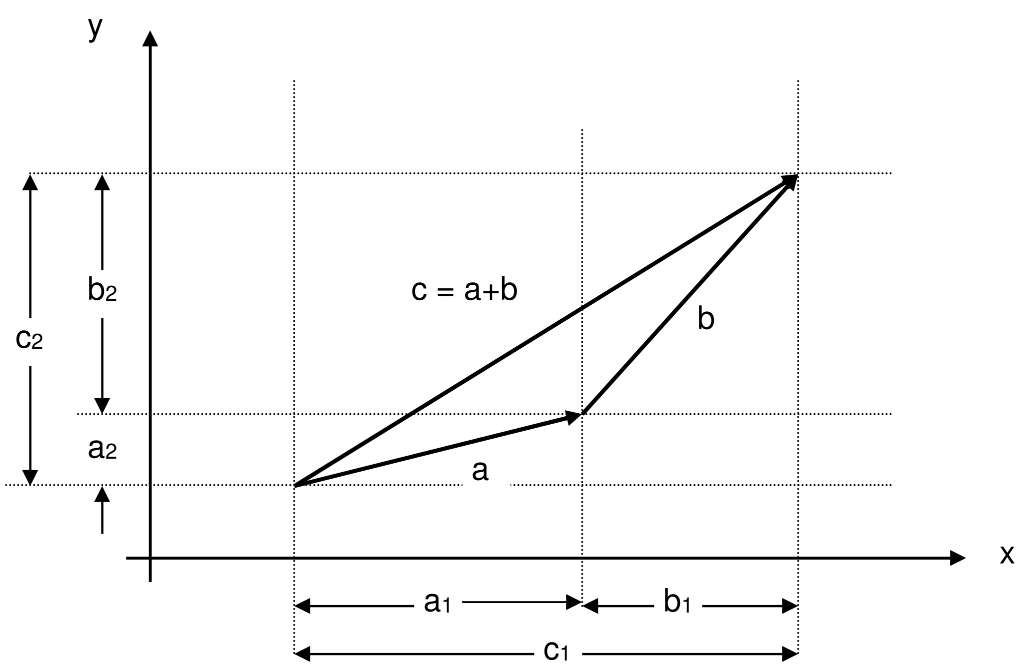
$$\vec{a}+\vec{b} = \langle 2,1,7 \rangle \quad ; \quad \vec{a}-\vec{b} = \langle 4,-9,3 \rangle$$

$$2\vec{a}+3\vec{b} = \langle 3,7,16 \rangle$$

$$\hat{a} = \frac{\langle 3,-4,5 \rangle}{\sqrt{50}} = \left\langle \frac{3}{\sqrt{50}}, \frac{-4}{\sqrt{50}}, \frac{5}{\sqrt{50}} \right\rangle$$

$$\hat{b} = \frac{\langle -1,5,2 \rangle}{\sqrt{30}} = \left\langle \frac{-1}{\sqrt{30}}, \frac{5}{\sqrt{30}}, \frac{2}{\sqrt{30}} \right\rangle$$





Ma-2009 : MATEMÁTICAS PARA INGENIERIA III **Tarea No 5: Vectores en el Espacio**	
1	Encuentre un vector **a** con representación dada por el segmento dirigido de recta **AB**. Dibuje **AB** y su representación equivalente iniciando en el origen. A(1,3) , B(4,4)
2	Encuentre un vector **a** con representación dada por el segmento dirigido de recta **AB**. Dibuje **AB** y la representación equivalente iniciando en el origen. A(0,3,1) , B(2,3,-1)
3	Encuentre la suma de los vectores dados e ilústrelos gráficamente. $\langle 3,-1\rangle \quad , \quad \langle -2,4\rangle$
4	Encuentre: $\lvert\vec{a}\rvert, \quad \vec{a}+\vec{b}, \quad \vec{a}-\vec{b}, \quad 2\vec{a}, \quad 3\vec{a}+4\vec{b} \quad si \quad \vec{a}=\langle 6,2,3\rangle \quad y \quad \vec{b}=\langle -1,5,-2\rangle$
5	Encuentre: $\lvert\vec{a}\rvert, \quad \vec{a}+\vec{b}, \quad \vec{a}-\vec{b}, \quad 2\vec{a}, \quad 3\vec{a}+4\vec{b} \quad si \quad \vec{a}=\hat{i}-2\hat{j}+\hat{k} \quad y \quad \vec{b}=\hat{j}+2\hat{k}$
6	Encuentre un vector unitario que tenga la misma dirección que el vector dado $\vec{a}=\langle 9,-5\rangle$
7	Encuentre un vector unitario que tenga la misma dirección que el vector dado $\vec{a}=8\hat{i}-\hat{j}+4\hat{k}$

$R1: \quad \vec{a}=\langle 3,1\rangle$ $R2: \quad \vec{a}=\langle 2,0,-2\rangle$ $R3: \quad \langle 1,3\rangle$	$R4: \quad 7,\langle 5,7,1\rangle,\langle 7,-3,5\rangle,\langle 12,4,6\rangle,\langle 14,26,1\rangle$ $R5: \quad \sqrt{6}, i-j+3k, i-3j-k, 2i-4j+2k, 3i-2j+11k$ $R6: \quad \left\langle \frac{9}{\sqrt{106}}, \frac{-5}{\sqrt{106}} \right\rangle$ $R7: \quad \frac{8}{9}\hat{i}-\frac{1}{9}\hat{j}+\frac{4}{9}\hat{k}$