

Unidad 3 : FUNCIONES VECTORIALES

Tema 3.1 : Funciones Vectoriales y Curvas en el Espacio

(Estudiar la Sección 13.1 en el Stewart 8ª Edición; No hay tarea)

Definición de función vectorial. Una función vectorial $\vec{r}(t)$ es una regla que para cada número t del dominio le asigna un vector único con componentes $f(t)$, $g(t)$ y $h(t)$ llamadas funciones componentes de $\vec{r}(t)$, $f: \mathbb{R}^1 \rightarrow \mathbb{R}^3$, y se escriben como $\vec{r}(t) = \langle f(t), g(t), h(t) \rangle = f(t)\hat{i} + g(t)\hat{j} + h(t)\hat{k}$

Una función vectorial define las ecuaciones paramétricas de una curva en el espacio como: $x = f(t)$; $y = g(t)$; $z = h(t)$; y el vector $\vec{r}(t)$ se llama “vector posición”.

En el caso de que el parámetro t sea el tiempo, la curva representa la trayectoria de una partícula

Ejemplos Ilustrativos

Ejemplo: Describa la curva definida por la función vectorial $\vec{r}(t) = \langle 1+t, 2+5t, -1+6t \rangle$.

Solución:

La ecuación vectorial dada describe una línea recta con ecuaciones paramétricas: $x = 1+t$; $y = 2+5t$; $z = -1+6t$, que pasa por el punto $P(1,2,-1)$ en la dirección del vector $\langle 1,5,6 \rangle$.

Ejemplo: Muestre que la curva con ecuaciones paramétricas

$x = \sqrt{1-0.25\cos^2(10t)}\cos t$; $y = \sqrt{1-0.25\cos^2(10t)}\sin t$; $z = 0.5\cos(10t)$ dadas está sobre la superficie de una esfera.

Solución:

$$x^2 = (1 - z^2)\cos^2 t$$

$$y^2 = (1 - z^2)\sin^2 t \quad \therefore$$

$$\frac{x^2}{1 - z^2} + \frac{y^2}{1 - z^2} = 1 \quad \therefore$$

$$x^2 + y^2 = 1 - z^2 \quad \therefore$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1$$