Unidad 4 : DERIVADAS PARCIALES

Tema 4.1 : Funciones de Varias Variables

(Estudiar la Sección 14.1 en el Stewart 8ª Edición; No hay tarea)

<u>Definición de función de dos variables</u>.- Una función f de dos variables es una regla que asigna a cada par ordenado de números reales (x, y) de un conjunto D, un número real único denotado por $f(x, y)$. El conjunto D es el dominio de f y su imagen, o rango, es el conjunto de valores que toma f, es decir, $\{f(x, y) | (x, y) \in D\}$. En la notación $z = f(x, y)$, "z" es la variable dependiente, mientras que "x" y "y" son las variables independientes.

Otras representaciones de una función de dos variables:

$$f : \Re^2 \to \Re^1$$
$$f : (x, y) \to z \qquad (x,y) \longrightarrow \boxed{f} \longrightarrow z$$
$$z = f(x, y)$$

<u>Ejemplo</u>: El volumen de una lata de refresco de radio r y altura h: $V(r, h) = \pi r^2 h$

<u>Definición de función de tres variables</u>.- Una función w de tres variables es una regla que asigna a cada tríada ordenada de números reales (x, y, z) de un conjunto D, un número real único denotado por $f(x, y, z)$. El conjunto D es el dominio de w y su imagen, o rango, es el conjunto de valores que toma w, es decir, $\{w(x, y, z) | (x, y, z) \in D\}$. En la notación $w = f(x, y, z)$, "w" es la variable dependiente, mientras que "x" , "y" , y "z" son las variables independientes.

Otras representaciones de una función de tres variables:

$$f : \Re^3 \to \Re^1$$
$$f : (x, y, z) \to w \qquad (x,y,z) \longrightarrow \boxed{f} \longrightarrow w$$
$$w = f(x, y, z)$$

<u>Ejemplo</u>: La temperatura en una placa rectangular: $T(x, y, t)$

<u>Ejemplos</u>.- Encontrar los dominios de las siguientes funciones:

$$(a) \quad f(x, y) = \frac{\sqrt{x + y + 1}}{x - 1} \quad ; \quad (b) \quad f(x, y) = x \cdot \ln(y^2 - x)$$

$$(c) \quad f(x, y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$$

$$(a) \quad D = \{(x, y) | x + y + 1 \geq 0 \quad , \quad x \neq 1\} \quad ; \quad (b) \quad D = \{(x, y) | x < y^2\}$$

$$(c) \quad D = \{(x, y) | 9 - x^2 - y^2 \geq 0\} = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 9\}$$

Definición de Curvas de Nivel. La familia de curvas que se forma al igualar una función de dos variables a una constante, $f(x, y) = k$ se llama "Curvas de Nivel"

Definición de Superficies de Nivel. La familia de superficies que se forma al igualar una función de tres variables a una constante, $f(x, y, z) = k$ se llama "Superficies de Nivel"

Ejemplo: Dibuje la superficie y las curvas de nivel de la función
$z = f(x, y) = 10 - x^2 - y^2$

Solución:

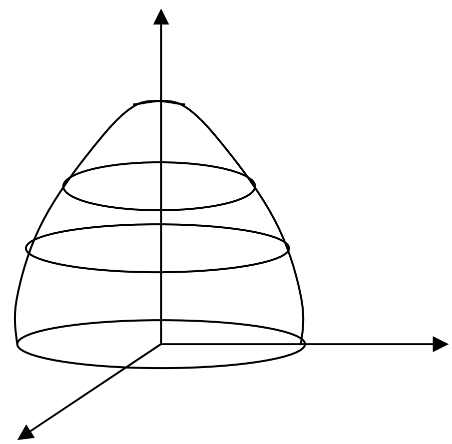
$$z = f(x, y) = 10 - x^2 - y^2 = k$$

$$\therefore \quad \underline{\underline{x^2 + y^2 = 10 - k}}$$

familia de curvas de nivel

$$\left.\begin{array}{lll} k = 0 & ; & x^2 + y^2 = 10 \\ k = 4 & ; & x^2 + y^2 = 6 \\ k = 8 & ; & x^2 + y^2 = 2 \end{array}\right\}$$

$$\textit{círculos de radio} : \sqrt{10 - k}$$



- Mostrar acetatos a colores de funciones de dos variables
- Mostrar como dibujar superficies con el paquete Maple Release 9