# Ma-841 : Ecuaciones Diferenciales

## Tarea No 1: Referencias Bibliográficas

1.- Visite la Biblioteca del Campus y seleccione 7 libros de Ecuaciones Diferenciales, publicados en los últimos 10 años, que a su criterio sean buenos libros de consulta para esta materia, para que después durante el semestre pueda localizarlos con facilidad cuando necesite hacer alguna consulta. Haga una lista con los 7 libros seleccionados indicando para cada uno de ellos: (a) el título completo del libro, (b) el nombre completo de los autores del libro, (c) el nombre de la compañía editorial, (d) el año de publicación, (e) el número de clasificación asignado al libro por la biblioteca, y (d) el número de clasificación internacional ISBN (International Standar Book Number)

2.- Construya una tabla de 7 columnas, una para cada uno de los libros seleccionados en el ejercicio anterior, y de 5 renglones, uno para cada una de las unidades del curso, con sus encabezados apropiados, indicando en las casillas el número del capítulo del libro en donde se cubre ese tema.

| Tabla de referencias Bibliográficas de consulta para el curso de Ecuaciones Diferenciales | Libro de texto No. 1 | Libro de texto No. 2 | Libro de texto No. 3 | Libro de texto No. 4 | Libro de texto No. 5 | Libro de texto No. 6 | Libro de texto No. 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Unidad No.1<br>Ecuaciones de 1er Orden | | | | | | | |
| Unidad No.2<br>Ecuaciones Lineales de Orden Superior | | | | | | | |
| Unidad No.3<br>Método de Series | | | | | | | |
| Unidad No.4<br>Transformada de Laplace | | | | | | | |
| Unidad No.5<br>Métodos Numéricos | | | | | | | |

# Unidad 1: Ecuaciones Diferenciales de Primer Orden

## Tema 1.1 : Definiciones y Terminología

- **Ecuación Diferencial:** Es una ecuación que contiene derivadas

- **Ecuación Diferencial Ordinaria:** Es una ecuación que contiene derivadas ordinarias. Se representa simbólicamente como $F(x, y, y', y'', \ldots) = 0$. Algunas veces se les designa como EDO. Las EDO's se usan para modelar fenómenos que relacionen alguna función de una variable, $y = f(x)$, con sus razones de cambio $y', y'', y''', etc$.

- **Ecuación Diferencial Parcial:** Es una ecuación que contiene derivadas parciales. Se representa simbólicamente como $F(x, y, t, f(x, y, t), f_x, f_y, f_t, f_{xx}, f_{yy}, f_{tt}, \ldots) = 0$. Algunas veces se les designa como EDP. Las EDP's se usan para modelar fenómenos que relacionen alguna función de varias variables, $w = f(x, y, t)$, con sus razones de cambio, $f_x, f_y, f_t$, etc. Las EDP's se estudian en un curso posterior a este. En este curso solo estudiaremos EDO's. Por eso les llamaremos simplemente ED's.

- **Orden de una ED:** El orden de una ED lo determina la derivada de mayor orden que esté presente. Una EDO de orden "n" se representa simbólicamente como: $F(x, y, y', y'', \ldots, y^{(n)}) = 0$

- **Ecuación Diferencial Lineal de Orden "n"**, es una ED que tiene la forma estándar:

$$a_n(x)\frac{d^n y}{dx^n} + a_{n-1}(x)\frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \ldots + a_2(x)\frac{d^2 y}{dx^2} + a_1(x)\frac{dy}{dx} + a_0(x) \cdot y = g(x)$$

- De esta forma estándar se puede ver que para que una ED sea Lineal se requiere que:

a) todos los coeficientes $a_k(x)$ y el término del lado derecho g(x) deben ser funciones de la variable x únicamente, y

b) las potencias de y, y', y'', ... , $y^{(n)}$, deben ser primeras potencias, esto es, términos con exponente igual a la unidad.

- Cuando el término $g(x)\neq 0$, la ED Lineal se llama "No Homogénea", abreviándose EDLN-H, y cuando $g(x)=0$, la ED Lineal se llama "Homogénea", abreviándose EDLH. Y cuando los coeficientes $a_k(x)$, son todos constantes y $g(x)=0$, la ED se llama Lineal Homogénea de Coeficientes Constantes, abreviándose EDLHCC.

- La ED de primer orden puede escribirse como: $F(x,y,y')=0$. Cuando puede despejarse $y'$, lo cual ocurre frecuentemente, se acostumbra escribir ya sea como: $y'=\frac{dy}{dx}=f(x,y)$, o bien como $M(x,y)dx+N(x,y)dy=0$. Ambas formas son equivalentes ya que podemos escribirlas como: $\frac{dy}{dx}=-\frac{M(x,y)}{N(x,y)}=f(x,y)$

| | | |
|---|---|---|
| $F(x,y,y')=0$ | $y'=\frac{dy}{dx}=f(x,y)$ | $M(x,y)dx+N(x,y)dy=0$ |

**Ejemplos para la clase:** Establezca si la ED es lineal o no lineal, e indique el orden de la ecuación.

| | |
|---|---|
| $E1:\quad xy'''-(y')^4+y=0$ | $R1:\quad No\ Lineal\ ;\ tercer\ orden$ |
| $E2:\quad udv+(v+uv-ue^u)du=0$ | $R2:\quad Lineal\ \ para\ \frac{dv}{du};\ primer\ orden$ |
| $E3:\quad t^5y^{(4)}-t^3y''+6y=0$ | $R3:\quad Lineal\ ;\ cuarto\ orden$ |
| $E4:\quad \frac{d^2R}{dt^2}=-\frac{k}{R^2}$ | $R4:\quad No\ Lineal\ ;\ segundo\ orden$ |

- **Solución de una ED.** Cualquier función $y=f(x)$, definida en un intervalo (a,b), que reduce la ED a una identidad cuando se sustituye en la ED, se llama una solución explícita de la ED en ese intervalo. Una relación G(x,y)=0 se llama una solución implícita de la ED en un intervalo (a,b) si existe una función $y=f(x)$ que satisface tanto esta relación como la ED.

| Ecuación Diferencial | Solución Implícita | Familia de curvas solución | Constantes arbitrarias |
|---|---|---|---|
| $F(x,y,y')=0$ | $G(x,y,c_1)=0$ | uniparamétrica | 1 |
| $F(x,y,y',y'')=0$ | $G(x,y,c_1,c_2)=0$ | biparamétrica | 2 |
| $F(x,y,y',y'',y''')=0$ | $G(x,y,c_1,c_2,c_3)=0$ | triparamétrica | 3 |
| $F(x,y,y',\ldots,y^{(n)})=0$ | $G(x,y,c_1,\ldots,c_n)=0$ | ene-paramétrica | n |

- <u>Solución particular de una ED</u>. Una solución de una ED que no contiene constantes arbitrarias se llama una solución particular.

- <u>Solución general de una ED de orden "n"</u>. Una solución n-paramétrica de una ED de orden "n" en un intervalo (a,b), que contiene todas las posibles soluciones particulares de la ED, se llama la solución general de la ED.

**<u>Ejemplos para la clase:</u>** Verifique si la función indicada es una solución de la ED dada:

$$E1: \quad 2y' + y = 0 \quad ; \quad y = e^{-x/2}$$

$$E2: \quad \frac{dX}{dt} = (X-1)(1-2X) \quad ; \quad \ln\left(\frac{2X-1}{X-1}\right) = t$$

$$E3: \quad P' = P(1-P) \quad ; \quad P = \frac{c_1 e^t}{1 + c_1 e^t}$$

$$E4: \quad \frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + 4y = 0 \quad ; \quad y = c_1 e^{2x} + c_2 x e^{2x}$$

**<u>Para la próxima clase estudiar las secciones:</u>**

| | | |
|---|---|---|
| 1.1 Zill | 1.1 Nagle | Definiciones y Terminología |
| 1.2 Zill | 1.2 Nagle | Problemas de Valor Inicial |

**<u>Tarea para entregar la próxima clase:</u>**

Tarea No. 2 : Definiciones y Terminología

## Ma-841 : Ecuaciones Diferenciales

### Tarea No 2: Definiciones y Terminología

En los siguientes problemas determine el orden de la ED dada y diga si es lineal o no lineal.

$$P1: \quad \left(1-x^2\right)y'' - 4xy' + 5y = \cos x$$

$$P2: \quad yy' + 2y = 1 + x^2$$

$$P3: \quad x^3 y^{(4)} - x^2 y'' + 4xy' - 3y = 0$$

$$P4: \quad \frac{dy}{dx} = \sqrt{1 + \left(\frac{d^2 y}{dx^2}\right)^2}$$

En los siguientes problemas verifique que la función, o funciones que se dan, son solución de la ED

$$P5: \quad \frac{dy}{dx} - 2y = e^{3x} \quad ; \quad y = e^{3x} + 10e^{2x}$$

$$P6: \quad y' + y = senx \quad ; \quad y = \frac{1}{2} senx - \frac{1}{2}\cos x + 10e^{-x}$$

$$P7: \quad y' - \frac{1}{x} y = 1 \quad ; \quad y = x \ln x \quad ; x > 0$$

$$P8: \quad x\frac{d^2 y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} = 0 \quad ; \quad y = c_1 + c_2 x^{-1} \quad ; \quad x > 0$$

$$P9: \quad x^2 y'' - 3xy' + 4y = 0 \quad ; \quad y = x^2 + x^2 \ln x \quad ; \quad x > 0$$

$$P10: x^3 \frac{d^3 y}{dx^3} + 2x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} + y = 12x^2$$

$$y = c_1 x + c_2 x \ln x + 4x^2$$

$R1:$ *Lineal* ; *segundo orden*

$R2:$ *No Lineal* ; *primer orden*

$R3:$ *Lineal* ; *cuarto orden*

$R4:$ *NoLineal* ; *segundo orden*