

## Unidad 1: Ecuaciones Diferenciales de Primer Orden

### Tema 1.2 : Problemas de Valor Inicial

- **Problema de Valor Inicial de orden “n”:** Consiste de una ED de orden “n”, y de n condiciones iniciales, las cuales pueden usarse para determinar una solución particular a partir de la solución general n-paramétrica, resolviendo un sistema de “n” ecuaciones simultáneas. Ejemplos:

PVI de 1er orden	PVI de 2º orden	PVI de 3er orden
$\frac{dy}{dx} = f(x, y)$	$\frac{d^2 y}{dx^2} = f(x, y, y')$	$\frac{d^3 y}{dx^3} = f(x, y, y', y'')$
$y(x_0) = y_0$	$y(x_0) = y_0$	$y(x_0) = y_0$
	$y'(x_0) = y_1$	$y'(x_0) = y_1$
		$y''(x_0) = y_2$

**Ejemplo 1:** Use el dato de que  $y = ce^{2x}$  es una familia uniparamétrica de soluciones de la ED  $y' - 2y = 0$  para encontrar una solución del problema de valor inicial que consiste de esta ED y de la condición inicial  $y(0) = 3$

$$y = ce^{2x} \rightarrow y(0) = 3 = ce^0 = c \rightarrow c = 3 \rightarrow \underline{\underline{y = 3e^{2x}}}$$

**Ejemplo 2:** Use el dato de que  $y = c_1 \cos(4x) + c_2 \operatorname{sen}(4x)$  es una familia biparamétrica de soluciones de la ED  $y'' + 16y = 0$  para encontrar una solución del problema de valor inicial que consiste de esta ED y de las condiciones iniciales

$$y\left(\frac{\pi}{2}\right) = -2 \quad ; \quad y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

$$\begin{aligned} y &= c_1 \cos(4x) + c_2 \operatorname{sen}(4x) \\ y' &= -4c_1 \operatorname{sen}(4x) + 4c_2 \cos(4x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -2 &= c_1 \cos(2\pi) + c_2 \operatorname{sen}(2\pi) \\ 1 &= -4c_1 \operatorname{sen}(2\pi) + 4c_2 \cos(2\pi) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -2 &= c_1 + 0 \Rightarrow c_1 = -2 \\ 1 &= 0 + 4c_2 \Rightarrow c_2 = \frac{1}{4} \quad \therefore \\ y &= -2 \cos(4x) + \frac{1}{4} \operatorname{sen}(4x) \end{aligned}$$

• **Teorema de Existencia y Unicidad para un PVI de 1er orden:**

Si  $f(x, y)$  ;  $f_y(x, y)$  son continuas en una región rectangular  $R$ , entonces existe una solución única del PVI:  $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$  ;  $y(x_0) = y_0$  en  $R$ .

**Ejemplo 3:** Determine una región del plano  $xy$  para la cual la ED dada tenga una solución única

$$E.D.: \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{1+y^3} \Rightarrow f(x, y) = \frac{x^2}{1+y^3}, \quad f_y(x, y) = \frac{-3x^2 y^2}{(1+y^3)^2}$$

de donde vemos que  $f$  y  $f_y$  son continuas en:  $\mathcal{R} = \{(x, y) \mid y \neq -1\}$

**Ejemplos para la clase:**

$$E1: (4 - y^2)y' = x^2$$

$$E2: (y - x)y' = y + x$$

$$E3: xy' = y$$

**Para la próxima clase estudiar las secciones:**

1.2 Zill	1.2 Nagle	Problemas de Valor Inicial
1.3 Zill		Modelación Matemática

**Tarea para entregar la próxima clase:**

Tarea No. 3 : Problemas de Valor Inicial

## Ma-841 : Ecuaciones Diferenciales

### Tarea No 3: Problemas de Valor Inicial

En los siguientes problemas use el dato de que  $y = \frac{1}{1+c_1e^{-x}}$  es una familia uniparamétrica de soluciones de la ED  $y' = y - y^2$  para encontrar una solución del problema de valor inicial que consiste de esta ED y de la condición inicial dada.

$$P1: y(0) = \frac{-1}{3}$$

$$P2: y(-1) = 2$$

En los siguientes problemas use el dato de que  $y = c_1e^x + c_2e^{-x}$  es una familia biparamétrica de soluciones de la ED  $y'' - y = 0$  para encontrar una solución del problema de valor inicial que consiste de esta ED y de las condiciones iniciales dadas.

$$P3: y(0) = 1 \quad ; \quad y'(0) = 2$$

$$P4: y(-1) = 5 \quad ; \quad y'(-1) = -5$$

#### Respuestas

$$R1: y = \frac{1}{1-4e^{-x}}$$

$$R2: y = \frac{2}{2-e^{-x-1}}$$

$$R3: y = \frac{3}{2}e^x - \frac{1}{2}e^{-x}$$

$$R4: y = 5e^{-x-1}$$