Unidad 1: Ecuaciones Diferenciales de Primer Orden

Tema 1.4 : Ecuaciones de Variables Separables

- **Solución por Integración:**

  Cuando en la ED de 1er orden: $\frac{dy}{dx} = f(x,y)$ se tiene el caso especial en que

$\frac{dy}{dx} = g(x)$ entonces la solución de la ED es simplemente:

$$y = \int g(x)dx = G(x) + c$$

- **Ecuaciones de Variables Separables:**

  Cuando en la ED de 1er orden: $\frac{dy}{dx} = f(x,y)$ se tiene el caso especial en que

$\frac{dy}{dx} = \frac{g(x)}{p(y)} = g(x)h(y)$; $h(y) = \frac{1}{p(y)}$ entonces se pueden separar las variables e integrar, esto es:

$$p(y)dy = g(x)dx \quad ; \quad \int p(y)dy = \int g(x)dx \quad ; \quad P(y) = G(x) + c$$

- **Ejemplo:**

$$(1-x)dy + ydx = 0$$
$$(1-x)dy = -ydx$$
$$\frac{dy}{y} = -\frac{1}{1-x}dx$$
$$\int \frac{dy}{y} = -\int \frac{1}{1-x}dx$$
$$u = 1 - x \quad ; \quad du = -dx$$
$$\int \frac{dy}{y} = \int \frac{du}{u}$$

$$\ln(y) = \ln(u) + c_0$$
$$y = e^{\ln(u)+c_0}$$
$$y = e^{\ln(u)} \cdot e^{c_0}$$
$$e^{c_0} = c_1$$
$$y = c_1 e^{\ln(u)} = c_1 u$$
$$y = c_1(1-x)$$

Ejemplos para la clase: $E1: \quad \dfrac{dx}{dy}=\dfrac{x^2y^2}{1+x}$ $E2: \quad \left(e^y+1\right)^2 e^{-y}dx+\left(e^x+1\right)^3 e^{-x}dy=0$ $E3: \quad \dfrac{dy}{dx}=\dfrac{xy+3x-y-3}{xy-2x+4y-8}$ $E4: \quad \dfrac{dy}{dx}=x^2(1+y) \quad ; \quad y(0)=3$	$R1: \quad -3+3x\ln x=xy^3+cx$ $R2: \quad \left(e^x+1\right)^{-2}+2\left(e^y+1\right)^{-1}=c$ $R3: \quad y-5\ln(y+3)=x-5\ln(x+4)+c$ $\left(\dfrac{y+3}{x+4}\right)^5=c_1e^{y-x}$ $R4: \quad y=4e^{x^3/3}-1$

Para la próxima clase estudiar las secciones:

2.2 Zill	2.2 Nagle	Ecuaciones de Variables Separables
2.4 Zill	2.4 Nagle	Ecuaciones Exactas

Tarea para entregar la próxima clase:

Tarea No. 5 : Ecuaciones de Variables Separables

Ma-841 : Ecuaciones Diferenciales

Tarea No 5: Ecuaciones de Variables Separables

Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales por el Método de Separación de Variables.

$P1: \quad x\dfrac{dy}{dx} = 4y$	$R1: \quad y = cx^4$
$P2: \quad y\ln x\dfrac{dx}{dy} = \left(\dfrac{y+1}{x}\right)^2$	$R2: \quad \dfrac{1}{3}x^3\ln x - \dfrac{1}{9}x^3 = \dfrac{1}{2}y^2 + 2y + \ln y + c$
$P3: \quad \dfrac{dS}{dr} = kS$	$R3: \quad S = ce^{kr}$
$P4: \quad \dfrac{dP}{dt} = P - P^2$	$R4: \quad P = \dfrac{ce^t}{1+ce^t}$
$P5: \quad \dfrac{dy}{dx} = x\sqrt{1-y^2}$	$R5: \quad y = sen\left(\dfrac{x^2}{2} + c\right)$

Resuelva el siguiente problema de valor inicial: $P6: \quad \dfrac{dx}{dt} = 4\left(x^2+1\right) \quad ; \quad x\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = 1$	$R6: \quad x = \tan\left(4t - \dfrac{3\pi}{4}\right)$
Determine una solución implícita y una explícita para el problema de valor inicial siguiente: $P7: \quad \sqrt{1-y^2}\,dx - \sqrt{1-x^2}\,dy = 0$, $\quad y(0) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$	$R7: \quad y = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{1-x^2} + \dfrac{x}{2}$