

Unidad 1 : Ecuaciones Diferenciales de Primer Orden

Tema 1.10 : Problemas de Aplicaciones de 1er orden

Ejemplos para la clase:

Ejemplo 1: Se sabe que la población de cierta comunidad aumenta con una rapidez proporcional a la cantidad de personas que tiene en cualquier momento t . Si la población se duplicó en cinco años, ¿en cuanto tiempo se triplicará y cuadruplicará?

$$R1: 7.9 \text{ años} ; 10 \text{ años}$$

Ejemplo 2: Suponga que la población de la comunidad del problema anterior es de 10,000 después de tres años. ¿Cuál era la población inicial? ¿Cuál será la población en 10 años?

$$R2: P(0) = 6598 ; P(10) = 26,384$$

Ejemplo 3: En cualquier tiempo t la cantidad de bacterias en un cultivo crece a razón proporcional al número de bacterias presentes. Al cabo de tres horas se observa que hay 400 individuos. Después de 10 horas hay 2000 especímenes. ¿Cuál era la cantidad inicial de bacterias?

$$R3: B(0) = 200.67$$

Ejemplo 4: Al inicio había 100 miligramos de una sustancia radioactiva. Al cabo de seis horas, esa cantidad disminuyó 3%. Si la rapidez de desintegración, en cualquier tiempo t , es proporcional a la cantidad de sustancia presente, calcule la cantidad que queda después de 24 horas.

$$R4: N(24) = 88.56 \text{ mg}$$

Ejemplo 5: Los arqueólogos usaron trozos de madera quemada, es decir, de carbón vegetal, encontrados en el sitio, para fechar las pinturas prehistóricas y rupestres, en las paredes y los techos de una caverna en Lascaux, Francia. Sabiendo que la vida media del carbono 14 es de 5600 años, determine la edad aproximada de un trozo de madera, si se encontró que había desaparecido el 85.5% del carbono 14.

$$R5: 15,600 \text{ años}$$

Ejemplo 6: Un termómetro se saca de un cuarto en donde la temperatura del aire es de 70°F y se lleva al exterior, en donde la temperatura es de 10°F . Después de $\frac{1}{2}$ minuto el termómetro da una lectura de 50°F . ¿Cuál es la lectura después de 1 minuto? ¿Cuánto se tardará el termómetro en dar una lectura de 15°F ?

$$R6: T(1) = 36.76^\circ ; 3.06 \text{ min}$$

Ejemplo 7: Un tanque tiene 500 galones de agua pura y le entra salmuera con 2 libras de sal por galón a razón de 5 gal/min. El tanque está bien mezclado, y de él sale la solución con la misma rapidez. Determine la cantidad $A(t)$ de libras de sal que hay en el tanque en cualquier instante t . ¿Cuál es la concentración de la solución en el tanque cuando $t=5$ min?

$$R7: A(t) = 1000(1 - e^{-t/100}) ; 0.0975 \text{ lb/gal}$$

Ejemplo 8: Se aplica una fuerza electromotriz de 200 volts a un circuito en serie RC, en que la resistencia es de 1000 ohms y la capacitancia es 5×10^{-6} farads. Determine la carga $q(t)$ del condensador si $i(0) = 0.4$ amp. Encuentre la carga y la corriente en $t = 0.005$ seg. Halle la carga cuando $t \rightarrow \infty$.

Para la próxima clase estudiar las secciones:

| | | |
|----------|------------------|--|
| 3.1 Zill | 3.1 al 3.4 Nagle | Problemas de Aplicaciones de 1er orden |
| 4.1 Zill | 4.1 al 4.3 Nagle | Teoría Preliminar |

Tarea para entregar la próxima clase:

Tarea No. 10 : Problemas de Aplicaciones de 1er orden

Ma-841 Ecuaciones Diferenciales**Tarea No. 10 : Problemas de Aplicaciones de 1er orden**

P1: La población de una comunidad crece a razón proporcional a la población en cualquier momento t . Su población inicial es de 500 y aumenta 15% en 10 años. ¿Cuál será la población en 30 años?

P2: Cuando pasa un haz vertical de luz por una superficie transparente, la rapidez con que decrece su intensidad I es proporcional a $I(t)$, donde t representa el espesor, en pies, del medio. En agua de mar clara, la intensidad a 3 pies bajo la superficie es 25% de la intensidad I_0 del haz incidente. ¿Cuál es la intensidad a 15 pies bajo la superficie?

P3: El isótopo radiactivo del plomo, Pb-209, se desintegra con una rapidez proporcional a la cantidad de plomo presente en cualquier tiempo t y tiene una vida media de 3.3 horas. Si al principio había 1 gramo de plomo, ¿cuánto tiempo debe transcurrir para que se desintegre el 90%?

P4: Al inicio había 100 miligramos de una sustancia radiactiva. Al cabo de seis horas, esa cantidad disminuyó 3%. Si la rapidez de desintegración, en cualquier tiempo t , es proporcional a la cantidad de sustancia presente, calcule la vida media de la sustancia radiactiva.

P5: Un termómetro se saca de un cuarto en donde la temperatura del aire es de 70°F y se lleva al exterior, en donde la temperatura es de 10°F . Después de $\frac{1}{2}$ minuto el termómetro da una lectura de 50°F . ¿Cuál es la lectura después de 1 minuto? ¿Cuánto se tardará el termómetro en dar una lectura de 15°F ?

P6: Un tanque contiene 220 litros de agua donde se han disuelto 30 gramos de sal y le entran 4 litros/minuto de solución con 1 gramo de sal por litro; bien mezclado, de él sale líquido con la misma rapidez. Calcule la cantidad $A(t)$ de gramos de sal que hay en el tanque en cualquier instante t .

P7: Se aplica una fuerza electromotriz de 30 volts a un circuito en serie RL con 0.1 henry de inductancia y 50 ohms de resistencia. Determine la corriente $i(t)$, si $i(0) = 0$. Halle la corriente cuando $t \rightarrow \infty$.

P8: Se aplica una fuerza electromotriz de 100 volts a un circuito en serie RC , donde la resistencia es de 200 ohms y la capacitancia es 10^{-4} farads. Determine la carga $q(t)$ del capacitor si $q(0) = 0$. Halle la corriente $i(t)$.

$$R1: 760$$

$$R2: I(15) = 0.00098I_0$$

$$R3: 11 \text{ horas}$$

$$R4: 136.5 \text{ horas}$$

$$R5: T(1) = 36.67^\circ ; 3.06 \text{ minutos}$$

$$R6: A(t) = 220 - 190e^{-t/55}$$

$$R7: i(t) = \frac{3}{5}(1 - e^{-500t})$$

$$i \rightarrow \frac{3}{5} \text{ cuando } t \rightarrow \infty$$

$$R8: q(t) = \frac{1}{100}(1 - e^{-50t}) ; i(t) = \frac{1}{2}e^{-50t}$$