Unidad 2 : Ecuaciones Diferenciales Lineales de Orden Superior

Tema 2.2 : Reducción de Orden

Hay dos casos en que las ED de 2o orden pueden reducirse a dos ED de 1er orden mediante un cambio de variable apropiado.

Caso I: Si en la ED no aparece explícitamente la variable dependiente "y" puede reducirse el orden de la ED mediante el cambio de variable: $y' = z \quad ; \quad y'' = z'$

Ejemplo 1:

$$(x+1)y'' = y'$$
$$(x+1)z' = z$$
$$(x+1)\frac{dz}{dx} = z$$
$$\frac{dz}{z} = \frac{dx}{x+1}$$
$$\int\frac{dz}{z} = \int\frac{dx}{x+1}$$
$$\ln(z) = \ln(x+1) + c_0$$
$$z = c_1(x+1)$$
$$\frac{dy}{dx} = c_1(x+1)$$
$$y = \int c_1(x+1)dx$$
$$y = \frac{c_1(x+1)^2}{2} + c_2$$

Caso II: Si en la ED no aparece explícitamente la variable independiente "x" puede reducirse el orden de la ED mediante el cambio de variable:

$$y' = z \quad ; \quad y'' = z\frac{dz}{dy}$$

Esta última ecuación viene de aplicar la regla de la cadena:

$$y'' = \frac{d(y')}{dx} = \frac{dz}{dx} = \frac{dz}{dy}\cdot\frac{dy}{dx} = \frac{dz}{dy}\cdot z$$

Ejemplo 2:

$$(y-1)y'' = (y')^2$$
$$(y-1)z\cdot\frac{dz}{dy} = z^2$$
$$\frac{dz}{z} = \frac{dy}{y-1}$$
$$\ln(z) = \ln(y-1) + c_0$$
$$z = c_1(y-1)$$
$$\frac{dy}{dx} = c_1(y-1)$$
$$\frac{dy}{(y-1)} = c_1\cdot dx$$
$$\ln(y-1) = c_1x + c_2$$
$$y - 1 = c_3e^{c_1x}$$
$$y = 1 + c_3e^{c_1x}$$

Para la próxima clase estudiar las secciones:

4.2 Zill	4.4 Nagle	Reducción de Orden
4.2 Zill	4.4 Nagle	Fórmula de la Segunda Solución

Tarea para entregar la próxima clase:

Tarea No. 12 : Reducción de Orden

Ma-841 : ECUACIONES DIFERENCIALES

Tarea No. 12 : Reducción de Orden

Reduzca el orden de las siguientes E D's y resuélvalas.

	Ecuación Diferencial	Solución
1	$(x+1)y'' = y'$	$y = \dfrac{c_1 x^2}{2} + c_1 x + c_2$
2	$yy'' = (y')^2$	$y = c_2 e^{c_1 x}$
3	$4xy'' + y' = 0$	$y = \dfrac{4}{3} c_1 x^{\frac{3}{4}} + c_2$
4	$2y' - xy'' = 0$	$y = \dfrac{c_1}{3} x^3 + c_2$
5	$2y'' - (y')^2 = 0$	$y = -2\ln(x + c_1) + c_2$
6	$yy'' + (y')^2 = 1$	$y^2 = c_1 + (x + c_2)^2$